



V. Országos Magyar Matematikaolimpia

XXXII. EMMV

megyei szakasz, 2023. február 4.

VII. osztály

1. feladat. a) Számítsd ki az A szám értékét, ha

$$A = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} + \frac{25}{2\sqrt{75}} \right) - \left(\frac{12}{5\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) : \frac{\sqrt{27}}{27} - \left(\frac{\sqrt{48}}{5} + 2\sqrt{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

b) Határozd meg az x természetes szám azon értékeit, amelyekre fennállnak az alábbi egyenlőtlenségek:

$$\frac{2^x - 3}{4} < \frac{2^x + 5}{6}$$

és

$$\frac{3^x - 1}{5} > \frac{3^x + 9}{7}.$$

2. feladat. Határozd meg azokat az \overline{abcd} alakú természetes számokat, amelyekre fennáll a következő egyenlőség:

$$\frac{\overline{ab}}{5} + c + \frac{\overline{cd} + 1}{4} = 12.$$

3. feladat. Az $ABCD$ téglalapban $AB = 2 \cdot BC$, E az AB oldal felezőpontja, F pedig a DC oldal olyan pontja, amelyre $\frac{DF}{FC} = \frac{1}{3}$. Tudjuk, hogy $AC = 20$ cm.

- Igazold, hogy $AC \perp EF$!
- Számítsd ki az $AECF$ négyszög területét!
- Mekkora az $ABCD$ téglalap területe?

4. feladat. Észak- és Dél-Meseország között egy olyan átjáró van, amelyen ha áthalad egy sárkány észak-dél irányban, fejeinek száma megkétszereződik, viszont ha dél-észak irányban kel át, fejeinek száma kettővel csökken. Egy 20 tagú sárkányokból álló csoport egyik nap átkelt, a másik nap visszajött az átjárón. Visszatérésük után összesen 8 fejjel többlet rendelkeztek, mint amikor elindultak. Az utazás során egyetlen sárkánynak sem esett bántódása (mindvégig minden sárkánynak legalább egy feje volt).

- Hány feje lehetett a sárkányoknak összesen az indulás előtt?
- Legtöbb hányféle fejű sárkány lehetett a csoportban visszaérkezésük pillanatában?
- Az utazás során legtöbb hány feje lehetett az egyik sárkánynak?