V. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXII. EMMV
megyei szakasz, 2023. február 4.

VIII. osztály

1. feladat. a) Határozd meg az x, y és z valós számok legkisebb értékét úgy, hogy az

$$A = \sqrt{x^2 - 2} + \sqrt{y^2 - 3} + \sqrt{z^2 + 5}$$

értéke a lehető legkisebb legyen!

b) Igazold, hogy a B valós szám legkisebb értéke 6-tal egyenlő, ahol

$$B = \sqrt{9x^2 + 6\sqrt{2}x + 11} + \sqrt{9y^2 + 6\sqrt{3}y + 7} + \sqrt{9z^2 + 6\sqrt{5}z + 6}.$$

c) Keress olyan x, y és z valós számokat, amelyekre a C értéke 6-tal egyenlő, ahol

$$C = \sqrt{xy - 2y + 3x - 5} + \sqrt{yz - y + 3z + 1} + \sqrt{xz - x - 2z + 11}.$$

2. feladat. a) Határozd meg az a számjegy azon értékét, amelyre $\sqrt{\overline{aa} - 51} = 7 - a$.

b) Igazold, hogy az

$$\frac{1}{x - 2022} + \frac{1}{x - 2008} = \frac{1}{x - 2020} + \frac{1}{x - 2010}$$

egyenletnek van megoldása az egész számok halmazán!

3. feladat. Az $ABCDA'B'C'D'$ kockában M, N, P és Q az $AB, CC', D'A'$ és AA' élek felezőpontjai. Igazold, hogy:

a) az MNP háromszög egyenlő oldalú;

b) a Q pont eleme az MNP síknak;

c) az MNP és $D'AC$ síkok párhuzamosak!

4. feladat. A Kerekerdőben található nagy tölgyfa közelében egy hosszú, egyenes árokban Nyúl Péter testvérei, Pamacs, Tapsi és Füles játszanak. Bal oldalon Pamacs, középen Tapsi, jobb oldalon pedig Füles ül. Időnként valamelyik átugorja egyik szomszédját. Előfordulhat-e, hogy 2023 ugrás után újra a kiinduló sorrendben ülnek, ha végig csak az árokban (egy egyenes mentén) ugrálnak?

Megjegyzések: Minden feladat kötelező és 10 pontot ér, melyből hivatalból jár 1 pont. Munkaidő: 3 óra.