

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Varianța 7**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**I. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- |    |   |
|----|---|
| 5p | 1. Igazolja, hogy $\sqrt{50} - 5(\sqrt{2} - 1) = 5$ .   |
| 5p | 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x^2 - 3x + a$ függvény, ahol az $a$ valós szám. Igazolja, hogy $f(1) = f(2)$ , bármely $a$ valós szám esetén!  |
| 5p | 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_3(x+2) = \log_3(4-x)$ egyenletet!  |
| 5p | 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám számjegyeinek szorzata 8 legyen!   |
| 5p | 5. Az $xOy$ derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(3, a)$ , $B(1, 0)$ és $C(5, 2)$ pontok, ahol az $a$ valós szám. Határozza meg az $a$ valós számot, tudva azt, hogy az $A$ pont a $BC$ szakasz felezőpontja! |
| 5p | 6. Igazolja, hogy $\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ + \cos 60^\circ = 2$ .  |

**II. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- |    |   |
|----|---|
|    | A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = 3(4 - x - y) + xy$ művelet.                       |
| 5p | 1. Igazolja, hogy $3 * 0 = 3$ .   |
| 5p | 2. Bizonyítsa be, hogy $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$ , bármely $x$ és $y$ valós szám esetén!       |
| 5p | 3. Igazolja, hogy az $e = 4$ a „ $*$ ” művelet semleges eleme!                                    |
| 5p | 4. Igazolja, hogy a $\frac{7}{3}$ a $\frac{3}{2}$ -nek a szimmetrikusa a „ $*$ ” műveletre nézve! |
| 5p | 5. Oldja meg a valós számok halmazán a $9^x * 3^x = 3$ egyenletet!                                |
| 5p | 6. Számítsa ki a $3 * 4 * 5 * \dots * 2023$ kifejezés értékét!                                    |

**III. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- |    |  |
|----|--|
|    | Adottak az $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol az $a$ valós szám. |
| 5p | 1. Igazolja, hogy $\det(B(0)) = -1$ .  |
| 5p | 2. Igazolja, hogy $A \cdot A = 5I_2$ .   |
| 5p | 3. Határozza meg azokat az $a$ valós számokat, amelyekre $\det(B(a) + A) = 0$ .  |
| 5p | 4. Határozza meg azt az $a$ valós számot, amelyre $B(a) \cdot B(-2) = B(0) - I_2$ .  |
| 5p | 5. Bizonyítsa be, hogy a $B(a-1)$ mátrix invertálható, bármely $a$ racionális szám esetén!   |
| 5p | 6. Határozza meg $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, tudva azt, hogy $X \cdot B(0) = A$ .  |